L.7.11 Sahline

BAC BLANC

A.S :2007/2008

MATHEMATIQUE

Durée : 3.h

Exercice N°1: (4 pts)

Une urne contient quatre boules rouges et six boules noires

1/ On tire successivement et sans remise trois boules de l'urne. Calculer la probabilité de l'évènement

A : « La première boule tirée est noire et les deux autres boules tirées sont rouges »

2/ Soit E l'épreuve qui consiste à tirer simultanément trois boules de l'urne. On désigne l'évènement : S : « obtenir une boule noire et deux boules rouges »

a) Montrer que : $P(S)=\frac{3}{10}$

b) On répète l'épreuve E cinq fois de suite en remettant les trois boules tirées dans l'urne après chaque tirage et on désigne par X l'aléas numérique qui prend pour valeur le nombre de fois où l'évènement S est réalisé. Déterminer la loi de probabilité de X

c) Calculer $P(1<X\leq 2)$

Exercice N°2: (6 pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(x-1)e^{x}+1$

Soit (ζ_f) sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$ avec $\|\vec{i}\|=2cm$

1/ Dresser le tableau de variation de f

2/ Vérifier que $f(x)-x=(x-1)(e^{x}-1)$

Déduire la position de (ζ_f) par rapport à la droite $D: y=x$

3/ Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$. Interpréter le résultat

4/ Construire (ζ_f)

5/ Soit g la restriction de f sur $\left[0,+\infty\right[$

a) Montre que g réalise une bijection de $\left[0,+\infty\right[$ sur un intervalle I

b) Construire la courbe $(\zeta_{g^{-1}})$ de la fonction réciproque de g

6/a) Calculer à l'aide d'une intégration par partie $\int_0^1 (x-1)e^{x}\,dx$

b) Calculer l'aire de la région du plan limité par (ζ_g) ; $(\zeta_{g^{-1}})$ et les droites d'équations : x = 0 et x = 1

Exercice N°3 : (3 pts)

La durée de vie d'un ordinateur avant qu'il subisse la première panne est une variable aléatoire X appelée durée de vie sans vieillissement définie sur $[0,+\infty[$ suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$ d'où la probabilité qu'un ordinateur tombe en panne avant l'instant t (exprimé en année) est $P(X \le t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx$

Choisir la réponse exacte :

1/ $P(X \ge t)$ a pour valeur exacte :

a) $e^{-\lambda t}$ b) $1 - e^{-\lambda t}$ c) $1 - \lambda e^{-\lambda t}$

2/ La valeur exacte de t pour laquelle $P(X \le t) = P(X \ge t)$:

a) $\dfrac{\ln(2)}{\lambda}$ b) $\dfrac{\lambda}{\ln(2)}$ c) $\ln(\dfrac{\lambda}{2})$

3/ La probabilité qu'un ordinateur n'a pas eu de panne durant les deux première années est 0.2 alors la valeur exacte de λ est :

a) $\lambda = \dfrac{\ln(5)}{2}$ b) $\lambda = \dfrac{\ln(0.2)}{2}$ c) $\lambda = 0.804$

4/ $P(\{X \le 5\} / \{X \ge 2\})$ a pour valeur exacte :

a) $1 - e^{-3\lambda}$ b) $\dfrac{e^{-5\lambda} - e^{-3\lambda}}{e^{-2\lambda}}$ c) $e^{-3\lambda}$

Exercice N°4 : (3 pts)

Le tableau suivant indique la consommation Y (en Twh) d'énergie électrique dans un pays au cours des 8 dernières années.

On pose $Z = \ln(Y)$

Rang de l'année : X	1	2	3	4	5	6	7	8
Z	3.401	3.713	4.025	4.290	4.574	4.812	5.105	5.323

1/Calculer la covariance du couple (X, Z). Interpréter le résultat

2/ Calculer le cœfficient de corrélation linéaire du couple (X, Z). Interpréter le résultat

3/ Déterminer une équation de la droite de régression de Z en X

4/a) Exprimer Y en fonction de X

c) Donner une valeur approchée de la consommation d'énergie électrique pour l'année 13

Exercice N°5: (4 pts)

Soit l'équation différentielle : $(E): y - y' = \frac{e^x}{x^2}$. On se propose de résoudre E sur $]0,+\infty[$

1/ Résoudre l'équation différentielle $(E_0): y' = y$

2/ Montrer que $f(x) = \frac{e^x}{x}$ est une solution de E

3/a) Montrer que $(g - f)$ est solution de (E_0) sur $]0,+\infty[$ si et seulement si g est solution de E

b) Déduire les solutions de (E) sur $]0,+\infty[$

4/ La vitesse d'accroissement des bactéries est proportionnelle au nombre des bactéries en présence.

On note $N(t)$ le nombre de bactéries (en million) d'individu et $N'(t)$ la vitesse d'accroissement

On suppose que $N(t)$ vérifies (E_0) et $N(0) = N_0$

En combien de temps (t en seconde) le nombre de bactérie sera le double